

**Сравнение характеристик термоэлектрического охладителя с
секционированными ветвями и каскадного термоэлектрического охладителя**

М.П. Волков, Д.В. Воробьев, И. А. Драбкин¹⁾, Л. Б. Ершова, М.Г. Лаврентьев

ООО «РМТ»

115230, Москва, Россия

¹⁾ Драбкин Игорь Абрамович <igor-drabk@gmail.com>

Аннотация

Известно, что секционированная ветвь позволяет получить бóльшую разность температур $\Delta T_{s\max}$, чем обычная несекционированная ветвь ΔT_{\max} .

Однако чаще всего при практическом использовании термоэлектрических охладителей критическим является не значение $\Delta T_{s\max}$, а величина холодильного коэффициента $\varepsilon(\Delta T)$ для разности температур ΔT . При $\Delta T > \Delta T_{\max}$ секционированная ветвь имеет неоспоримое преимущество перед несекционированной. Однако более логично сравнивать работу охладителя с секционированными ветвями с работой каскадного охладителя и не ограничиваться случаем $\Delta T > \Delta T_{\max}$, что и проведено в данной работе.

Проведены расчеты холодильного коэффициента при ΔT_{\max} и $\Delta T < \Delta T_{\max}$, для охладителей с составными ветвями и каскадных охладителей.

Проведено также сравнение холодильных коэффициентов каскадного охладителя и охладителя с секционированными ветвями для реальных охладителей. Показано, что каскадный охладитель всегда энергетически выгоднее охладителя с составными ветвями.

Преимущество каскадного охладителя связано с тем, что в каскадном охладителе каждый каскад работает в режиме максимального холодильного коэффициента, а для составной ветви это обеспечить невозможно.

Comparison of Properties of Multistage Thermoelectric Coolers and of Those with Segmented Legs

M.P.Volkov, D.V. Vorobyev, I.A. Drabkin¹⁾, L.B. Ershova, M.G. Lavrentiev
RMT Ltd., 115230 Moscow, Russia

¹⁾ Igor Drabkin igordrabk@gmail.com

Abstract

It is known that a segmented leg makes it possible to obtain a larger temperature difference $\Delta T_{s\max}$ than ΔT_{\max} of a conventional non-segmented leg.

However, more often, in the practical use of thermoelectric coolers, it is not the value $\Delta T_{s\max}$ that is critical, but that of the coefficient of performance $\varepsilon(\Delta T)$ for the temperature difference ΔT . When $\Delta T > \Delta T_{\max}$, the segmented leg has a definite advantage over the conventional one. However, it is more logical to compare the operation of a segmented leg cooler with that of a cascade cooler and not to be limited to the case $\Delta T > \Delta T_{\max}$. We have done it in this work.

The coefficient of performance was calculated at ΔT_{\max} и $\Delta T < \Delta T_{\max}$ for cascade coolers and those with segmented pellets. It is shown that a cascade (multistage) cooler is always more efficient than a cooler with segmented legs.

The coefficients of performance of a cascade cooler and a cooler with segmented legs for real coolers were also compared in the experiment.

The advantage of a multistage cooler consists in the fact that each cascade operates in the mode of maximum coefficient of performance, which cannot be ensured for a segmented leg cooler.

1. Введение

Основным моментом работы охлаждающей секционированной ветви является то, что секционированная ветвь позволяет получить бóльшую разность температур ΔT_{max} , чем обычная несекционированная ветвь [1,2], состоящая из любых материалов секционированной ветви. Пусть нумерация секций начинается с горячей стороны, тогда для получения наибольшего эффекта с увеличением номера секций i (с понижением рабочей температуры) должны использоваться материалы, в которых уменьшается термоэдс α_i и электрическое сопротивление ρ_i , что обычно сопровождается падением

термоэлектрической эффективности $Z_i = \frac{\alpha_i^2}{\rho_i \kappa_i}$, где κ_i - теплопроводность.

Температурные зависимости термоэлектрических параметров термоэлектрических материалов удовлетворяют этому условию, поэтому обычные материалы можно рассматривать, как секционированную ветвь с бесконечным числом секций [3], благодаря чему ΔT_{max} совпадает с вычисленной из измерений эффективностью при комнатной температуре, несмотря на то, что с понижением температуры Z материалов падает.

Важнейшим фактором использования термоэлектрических охладителей является не значение максимальной разности температур, а величина холодильного коэффициента ε . Безусловно, по величине ε для разности температур, превышающих ΔT_{max} , секционированная ветвь выгоднее несекционированной. Но секционная конструкция ветви сближает ее с каскадным охладителем, поэтому разумнее проводить сравнение работы секционированной ветви не с работой несекционированной ветви, как это обычно делается, а с работой каскадированных термоэлектрических (ТЭ) модулей.

2. Работа охладителя с секционированными ветвями и каскадированного охладителя

Ограничимся рассмотрением двухсекционной ветви $i=1,2$ и двухкаскадного модуля. Стандартная процедура расчета двухкаскадных модулей направлена на то, чтобы получить максимальный холодильный коэффициент при заданной температуре T_0 . В качестве такой температуры можно взять T_{10} - минимальную температуру, достижимую для несекционированной ветви на однокаскадном модуле. Для удобства ограничимся случаем температурно независимых термоэлектрических параметров. Будем считать, что число ветвей в однокаскадном модуле с несекционированными и секционированными ветвями совпадают. Поэтому для простоты можно ограничиться рассмотрением работы только одной ветви. В двухкаскадном модуле будем считать, что число ветвей в первом и втором каскаде совпадают. Первостепенное значение в работе термоэлектрического охладителя имеют материалы, а не детали конструкции (теплопереходы, коммутационные пластины и т.п.). Поэтому будем считать, что температурные потери на теплопереходах и Джоулево тепло на коммутации пренебрежимо мало. Пусть L - длина ветви, s_i - сечения i секции ветвей. Так как оптимизировать каскадник можно изменением сечения ветвей, то будем считать, что длины ветвей в секциях (каскадах) совпадают и равны $L/2$, где L - суммарная длина ветви. Значение величины T_{10} при температуре на горячем конце модуля T_h будет равно

$$T_{01} = \frac{\sqrt{1 + 2Z_1 T_h} - 1}{Z_1}. \quad (1)$$

Температуру на стыке каскадов обозначим T_m . Уравнения теплового баланса при сделанных предположениях на стыке секций в секционированной ветви и каскадов для каскадного модуля совпадают, поэтому все нижеприведенные выражения для секционной ветви имеют точно такой же вид и для двухкаскадного охладителя.

Холодильные коэффициенты для первой и второй секции ε_i в режиме максимального холодильного коэффициента тогда равны:

$$\varepsilon_1 = \frac{M_1 T_m - T_h}{(T_h - T_m)(M_1 + 1)}; \varepsilon_2 = \frac{M_2 T_0 - T_m}{(T_m - T_0)(M_2 + 1)}, \quad (2)$$

где M_i при средней температуре i каскада (секции) $T_{(av)i}$ составляет

$$M_i = \sqrt{1 + Z_i T_{(av)i}}. \quad (3)$$

Для максимального холодильного коэффициента ветви холодильные коэффициенты в секциях (каскадах) должны совпадать. Приравнявая ε_i друг другу, получаем уравнение для оптимальной величины T_m

$$T_m^2 - T_m \frac{(M_2 - M_1)}{(M_1 M_2 - 1)} (T_h - T_0) - T_h T_0 = 0. \quad (4)$$

Подчеркнем, что это уравнение для T_m зависит только от температур на концах ветви и термоэлектрических эффективностей материалов секций. Никаких других характеристик ветви в (4) нет. Если считать, что в первом приближении M_i не зависят от номера секции (каскада), то получаем из (4) хорошо известное соотношение для T_m в двухкаскадном модуле для нулевого приближения - $T_m^{(0)}$

$$T_m^{(0)} = \sqrt{T_h T_0}. \quad (5)$$

Введем обозначения

$$T_m = T_m^{(0)} + \delta = T_m^{(0)} \left(1 + \frac{\delta}{T_m^{(0)}} \right). \quad (6)$$

Величину δ будем считать малой по сравнению с $T_m^{(0)}$, тогда $\frac{\delta}{T_m^{(0)}}$ мала по сравнению с 1.

Примем для $T_{(av)i}$

$$T_{(av)1} = \frac{T_h + T_m}{2}, T_{(av)2} = \frac{T_m + T_0}{2}. \quad (7)$$

Из (3) и (6) следует, что

$$M_i = \sqrt{1 + Z_i T_{(av)i}} = M_i^{(0)} \sqrt{1 + \frac{Z_i \delta}{2M_i^{(0)}}}, \quad (8)$$

где символом $M_i^{(0)}$ обозначено значение M_i при $T_m = T_0$.

Пренебрегая членами второго порядка по δ , из (4) можно получить следующее выражение для δ в первом приближении:

$$\delta = - \frac{(T_m^{(0)})^2 - \frac{T_m^{(0)}(T_h - T_0)(M_{2m}^{(0)} - M_{1m}^{(0)})}{(M_{1m}^{(0)} M_{2m}^{(0)} - 1)} - T_h T_0}{2T_m^{(0)} - \frac{T_m^{(0)}(T_h - T_0)(M_{2m}^{(0)} - M_{1m}^{(0)})}{(M_{1m}^{(0)} M_{2m}^{(0)} - 1)} \left[\frac{\left(\frac{Z_2}{M_{2m}^{(0)}} - \frac{Z_1}{M_{1m}^{(0)}} \right)}{4(M_{2m}^{(0)} - M_{1m}^{(0)})} + \frac{1}{T_m^{(0)}} - \frac{\left(\frac{Z_1 M_{2m}^{(0)}}{4M_{1m}^{(0)}} + \frac{Z_2 M_{1m}^{(0)}}{4M_{2m}^{(0)}} \right)}{(M_{1m}^{(0)} M_{2m}^{(0)} - 1)} \right]}. \quad (9)$$

Из (9) в соответствии с (6) можно найти значение T_m в первом приближении $T_m^{(1)}$.

Далее можно в качестве $T_m^{(0)}$ взять полученную величину $T_m^{(1)}$ и повторить вычисления, начиная с (6). Это можно продолжать до получения значения T_m с необходимой точностью. С хорошей точностью можно ограничиться вторым приближением.

После того, как была определена величина T_m перейдем к определению оптимального сечения ветви во второй секции. Из равенства оптимальных токов в режиме максимального холодильного коэффициента

$$I_1 = \frac{2\alpha_1(T_h - T_m)s_1}{\rho_1 L(M_1 - 1)} \text{ и } I_2 = \frac{2\alpha_2(T_m - T_0)s_2}{\rho_2 L(M_2 - 1)} \quad (10)$$

имеем

$$\frac{\alpha_1(T_h - T_m)s_1}{\rho_1(M_1 - 1)} = \frac{\alpha_2(T_m - T_0)s_2}{\rho_2(M_2 - 1)}, \quad (11)$$

или

$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{\alpha_2 (T_m - T_0) \rho_1 (M_1 - 1)}{\alpha_1 (T_h - T_m) \rho_2 (M_2 - 1)}. \quad (12)$$

Холодопроизводительность первой секции равна

$$Q_{0m} = \alpha_1 I T_m - \frac{1}{2} I^2 \rho_1 \frac{L}{2s_1} - \kappa_1 \frac{2s_1}{L} (T_h - T_m). \quad (13)$$

Воспользовавшись (10) можно получить

$$Q_{0m} = \frac{2Z_1 \kappa_1 (T_h - T_m) T_m s_1}{L(M_1 - 1)} \left[1 - \frac{(T_h - T_m)}{2T_m (M_1 - 1)} - \frac{(M_1 - 1)}{T_m Z_1} \right]. \quad (14)$$

Аналогично для теплопроизводительности второй секции имеем

$$Q_m = \frac{2Z_2 \kappa_2 (T_m - T_0) T_m s_2}{L(M_2 - 1)} \left[1 + \frac{(T_m - T_0)}{2T_m (M_2 - 1)} - \frac{(M_2 - 1)}{Z_2 T_m} \right]. \quad (15)$$

Для теплового согласования секций отношение $\frac{Q_{0m}}{Q_m}$ должно быть равно 1.

Выражение для него имеет вид:

$$\frac{Q_{0m}}{Q_m} = \frac{\alpha_1 \left[1 - \frac{(T_h - T_m)}{2T_m (M_1 - 1)} - \frac{(M_1 - 1)}{T_m Z_1} \right]}{\alpha_2 \left[1 + \frac{(T_m - T_0)}{2T_m (M_2 - 1)} - \frac{(M_2 - 1)}{Z_2 T_m} \right]}. \quad (16)$$

В (16) при обычных для составных ветвей соотношениях множитель $\frac{\alpha_1}{\alpha_2} > 1$, а

отношение выражений в квадратных скобках всегда меньше единицы, поэтому величина

$\frac{Q_{0m}}{Q_m}$ может быть определена только численным расчетом. Можно показать, что при

разумных величинах термоэлектрических параметров получится $\frac{Q_{0m}}{Q_m} < 1$, т.е.

холодопроизводительности первой секции оказывается недостаточно, чтобы отвести все

тепло от второй секции в режиме максимального холодильного коэффициента, т.е. секционированная ветвь не может работать в оптимальном режиме. В двухкаскадном

модуле равенство $\frac{Q_{0m}}{Q_m} = 1$ можно обеспечить тем, что количество ветвей в каскадах N_i

будет удовлетворять соотношению

$$\frac{N_1}{N_2} \approx \frac{Q_m}{Q_{0m}}. \quad (17)$$

При переходе к двухкаскадному модулю становится ясно из (2), что нет никакой необходимости использовать во втором каскаде материал с заведомо низкой величиной термоэдс и электрического сопротивления и, как следствие этого, с низкой величиной Z_2 . Предпочтительнее оказывается одинаковый материал в каскадах с большим Z .

Для иллюстрации полученных результатов проведем численные расчеты. Пусть материал первой секции М1 имеет следующие параметры: $\alpha = 235$ мкВ/К, $\sigma = 760$ Ом⁻¹см⁻¹, $\kappa = 1.37$ Вт/мК, а материал второй М2 секции: $\alpha = 200$ мкВ/К, $\sigma = 1200$ Ом⁻¹см⁻¹, $\kappa = 1.6$ Вт/мК. Расчет проводится для температуры горячей стороны 300 К и максимально достижимой температуры для модуля из материала М1, равной 222.36 К, что соответствует разности температур $\Delta T_{\max} = 77.64$ К. Данные расчета составной ветви в сравнении с обычной ветвью приведены в таблице 1.

Таблица 1 - Основные параметры составной ветви в сравнении с обычной ветвью

Материал 1 секции	Материал 2 секции	$\Delta T_{\max}, \text{ К}$	ε при $\Delta T = 77.64 \text{ К}$
М1	М2	80.20	0.018
М1	М1	77.64	0

Результаты расчетов двухкаскадного модуля приведены в таблице 2.

Таблица 2 – Основные параметры двухкаскадного модуля из материалов М1 и М2

Материал 1 каскада	Материал 2 каскада	T_m, K	M_1	M_2	s_1/s_2	ε_1	ε_2	ε
M1	M2	256.20	1.3245	1.2748	1.475	0.3725	0.3680	0.0788
M1	M1	257.75	1.3253	1.2906	1.098	0.3934	0.3896	0.0860

Из приведенных данных видно, что, действительно, составная ветвь выигрывает у простой ветви по разности температур и, естественно, по холодильному коэффициенту при ΔT_{max} , но существенно проигрывает по холодильному коэффициенту двухкаскаднику. Причем замена материала во втором каскаде на более эффективный материал первого каскада дает дополнительный выигрыш в холодильном коэффициенте. Таким образом, традиционный двухкаскадный охладитель по своим энергетическим характеристикам заметно превосходит составную ветвь.

Представляет интерес сравнение энергетических характеристик составной ветви с аналогичными характеристиками обычной ветви и двухкаскадных модулей в диапазоне разностей температур ниже ΔT_{max} простой ветви. Такие данные по холодильным коэффициентам приведены на рис. 1. Из рисунка видно, что нет областей разностей температур, для которых составная ветвь имела бы наибольший холодильный коэффициент. Для больших разностей температур $\Delta T > 50$ К лучшие характеристики имеют каскадные охладители, а для меньших разностей температур даже простая ветвь превосходит составную [4]. Таким образом, во всем диапазоне разностей температур при использовании тех же термоэлектрических материалов всегда имеется техническое решение, позволяющее построить более эффективный охладитель, чем охладитель из составных ветвей.

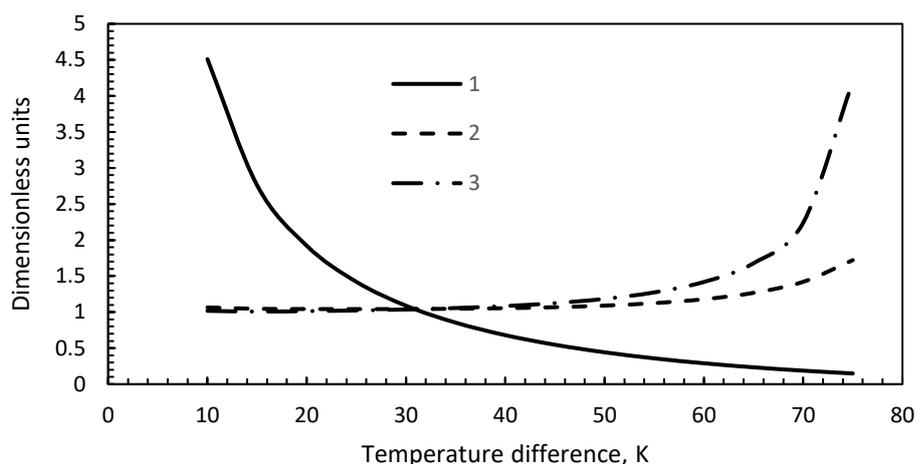


Рисунок 1 – Расчетное сопоставление оптимальных холодильных коэффициентов 1 - двухкаскадного охладителя; 2 – отношение холодильных коэффициентов двухкаскадного и составного модулей; и 3 - отношение холодильных коэффициентов двухкаскадного и несекционного однокаскадного модулей

Проведем измерения для несекционного, секционного и двухкаскадного модулей, спроектированных так, чтобы их холодильный коэффициенты были максимальны в точке $\Delta T = 77$ К и $\Delta T = 55$ К (будем называть такие модули оптимальными для данных условий).

Тепловую нагрузку для $\Delta T = 77$ К примем равной 0.06 Вт. Тогда оптимальный секционированный модуль есть 1ML0607-023-18 (сечение ветвей в секциях 0.6×0.6 мм², 0.7×0.7 мм², число пар ветвей 23, высота ветви 1.8 мм, материалы М2 – на верхней секции, М1 – на нижней). Соответствующий оптимальный двухкаскадный модуль - 2МС06-015-15 (число ветвей по каскадам 8+22, материал М1 на обоих каскадах, обозначение модулей – см. [5]). Оптимальные модули рассчитаны с помощью метода, изложенного в работе [6].

В таблице 3 даны результаты расчетов и измерений этих модулей при охлаждении от 300 К на $\Delta T = 77$ К под нагрузкой 0.06 Вт в вакууме.

Таблица 3 – Рабочая точка: вакуум, 300 К, $Q=0.060$ Вт, $\Delta T=77$ К в модулях
1ML0607-023-18 (секционный) и 2МС06-015-15

Параметры	Расчет		Измерения	
	1ML0607-023-18/M2M1	2МС06-015-15/M1	1ML0607-023-18/M2M1	2МС06-015-15/M1
I, А	1.150	0.548	1.295	0.663
U, В	2.879	1.100	3.062	1.248
P, Вт	3.3109	0.6026	3.9653	0.8227
ε	0.0181	0.0996	0.0151	0.0725

Как и следовало ожидать, оптимальный двухкаскадный модуль, собранный на одном материале М1, в точке, близкой к ΔT_{\max} несекционированного модуля, имеет неоспоримое преимущество перед оптимальным секционным модулем.

Для $\Delta T = 55$ К пусть оптимальный секционированный модуль останется 1ML0607-023-18/M2M1. Тогда оптимальная тепловая нагрузка составит 0.43 Вт. Оптимальный двухкаскадный модуль получаем 2МС06-50-10 (число ветвей по каскадам 20+30, материал М1 на обоих каскадах).

В таблице 4 даны результаты расчетов и измерений этих модулей при охлаждении от 300 К на $\Delta T = 55$ К в вакууме под нагрузкой 0.43 Вт.

Таблица 4 - Рабочая точка: вакуум, 300 К, $Q=0.43$ Вт, $\Delta T=55$ К в модулях
1ML0607-023-18 (секционный) и 2МС06-050-10

Параметры	Расчет	Измерения
-----------	--------	-----------

	1ML0607- 023- 18/M2M1	2MC06-050- 10/M1	1ML0607-023- 18/M2M1	2MC06-050- 10/M1
I, A	0.838	0.583	0.840	0.642
U, В	2.137	2.504	2.086	2.658
P, Вт	1.7898	1.4585	1.7518	1.7080
ε	0.2514	0.2948	0.2477	0.2529

Из таблицы 4 видно, что оптимальный двухкаскадный модуль, действительно, имеет более высокий холодильный коэффициент при $\Delta T = 55$ К. Можно также сделать вывод, что, по-видимому, потери на теплопереходах и контактах в двухкаскадном модуле имеют более значительный вклад, чем учтено в расчетах. Это необходимо принимать в рассмотрение при разработке модуля.

3. Заключение

Приведенное аналитическое рассмотрение не учитывает температурных зависимостей термоэлектрических параметров. Однако уравнения теплового баланса и в этом случае можно записать в обычной форме, воспользовавшись методом эффективных значений термоэлектрических параметров [7]. Наличие температурных зависимостей тогда не сможет сделать отношение $\frac{Q_{0m}}{Q_m}$ в (16) равным единице, и поэтому и в этом случае секционированная ветвь проигрывает каскаднику.

Рассмотрение в данной работе ограничено двухсекционной ветвью. Увеличение числа секций будет приводить к повторному отклонению отношения $\frac{Q_{0m}}{Q_m}$ от 1 на

границах секций, т.е. к дальнейшему ухудшению свойств по сравнению с каскадным модулем с увеличенным количеством каскадов. Поэтому всегда реальный охладитель с ветвями, состоящими из i секций будет проигрывать каскадному охладителю из i каскадов.

Наличие промежуточных теплопереходов и промежуточной коммутации в каскадниках, безусловно, будет ухудшать ситуацию, однако правильный подбор этих конструктивных элементов может свести их влияние к минимуму.

Литература

1. В.А. Семенюк, О.Л. Нечипорук Максимальное понижение температур в составных полупроводниковых термопарах. Известия высших учебных заведений. Энергетика. **2**, 105 (1976)
2. Zhixi Bian, Ali Shakouri. Beating the maximum cooling limit with graded thermoelectric materials. Appl. Phys. Lett., **89**, 212101 (2006).
3. А.Л. Вайнер, Н.В. Коломоец, Э.М. Лукишер, В.М. Ржевский. К теории составного термоэлемента. Физика и техника полупроводников. **11**(3), 546 (1977).
4. И.А. Драбкин. Холодильный коэффициент составной охлаждающей термоэлектрической ветви. Физика и техника полупроводников. **53**(5), 685 (2019).
5. <https://www.rmtltd.ru/technology/serialnumber/>
6. И.А, Драбкин, Л.Б. Ершова. Сравнение различных подходов к оптимизации однокаскадных термоэлектрических модулей. Материалы X международного семинара по термоэлектричеству., С.-Петербург, 386 (2006).
7. И.А. Драбкин, З.М. Дашевский. Основные энергетические соотношения для холодильной ветви с учетом температурных зависимостей термоэлектрических

параметров. Материалы VII международного семинара по термоэлектричеству. С.-Петербург, 292 (2000).